

А. С. Румянцев

Задача оптимизации времени выполнения проекта в вычислительной сети из персональных компьютеров

Аннотация. Рассматривается модель процесса выполнения проекта вычислительной сети из персональных компьютеров при условии стационарности числа вычислительных узлов, равного времени выполнения подзадач, репликации при нарушении дедлайна. Получено ограничение, описывающее область соотношения числа репликаций, вероятности единичной ошибки при выполнении подзадания и числа подзаданий, при котором выгодно создавать репликации. Получено ограничение на число репликаций, вероятность ошибки и штраф за ошибку, при котором выгодно создавать репликации.

Ключевые слова и фразы: вычислительные сети, стохастическое моделирование, оптимизация.

Наряду с суперкомпьютерами, высокопроизводительные вычислительные сети типа Desktop Grid являются важным средством ускорения вычислений. Гибкость и простота реализации проектов являются привлекательными для исследователей, что отражается в широте спектра прикладных задач, решаемых с помощью распределенных вычислений, см., напр. [1–3]. В то же время, для сетей распределенных вычислений достаточно остро стоит задача оптимизации времени выполнения проекта [4, 5].

Рассматривается вероятностная модель оптимизации времени выполнения одного проекта на одном сервере распределенных вычислений в Desktop Grid. В модели введены следующие предположения:

- (1) общее число вычислительных узлов сети стационарно;
- (2) все задачи проекта вычисляются одно и то же детерминированное время (*такт*, равный дедлайну);

Работа поддержана грантами РФФИ, проекты 12-07-31147, 13-07-00008, а также Программой стратегического развития Петрозаводского государственного университета.

- (3) сервер вынужден повторять отправку задачи в случае неудачи в вычислениях.

Предположим, что причиной ошибки в вычислениях на узле являются нарушение дедлайна (по причине отсутствия свободного времени для вычислений или в связи с выключением узла), либо вычислительная ошибка.

1. Оценка необходимости репликации

Пусть в целях экономии трафика сервер при отправке заданий группирует задачи в пачки по n задач с одними и теми же исходными данными, при этом ненулевое число ошибок в пачке приводит к повторной отправке целой пачки. Пусть $p \in (0, 0.5)$ есть вероятность ошибки одной задачи из пачки. Тогда вероятность успешного завершения вычисления пачки есть $q^n := (1 - p)^n$. Среднее число повторных передач в связи с неудачным завершением вычисления пачки равно

$$\sum_{i=1}^{\infty} (1 - q^n)^{i-1} q^n = \frac{1}{q^n}.$$

Пусть для снижения вероятности неудачного завершения вычисления пачки сервер может посылать одну и ту же пачку ν узлам одновременно (репликация). Если для принятия результата нужно не менее $\lfloor \frac{\nu}{2} \rfloor + 1$ верных ответов, то вероятность достижения успешного кворума в каждой из n задач пачки равна

$$q_* := \sum_{i=\lfloor \frac{\nu}{2} \rfloor + 1}^{\nu} \binom{\nu}{i} p^{\nu-i} (1-p)^i.$$

При этом среднее число повторных передач равно

$$\frac{1}{q_*^n}.$$

Отметим особенности репликации:

- репликация замедляет вычисления в ν раз;
- при этом вероятность удачного вычисления задач пачки возрастает.

Для того, чтобы репликация была оправдана с точки зрения минимизации суммарного времени вычисления пачки, необходимо найти такие соотношения параметров p, ν , при которых

$$(1) \quad \frac{1}{q^n} > \frac{\nu}{q_*^n}.$$

Заметим, что $\frac{\nu}{q_*^n} \geq \nu$ а также $\lim_{\nu \rightarrow \infty} q_*^n = 1$, поскольку

$$q_*^n \approx 1 - Cp^{\lfloor \nu/2 \rfloor} + o(p^{\lfloor \nu/2 \rfloor}) \rightarrow 1, \quad \nu \rightarrow \infty.$$

Поэтому, в частности, неравенство (1) равносильно

$$q_* - \nu^{1/n} q > 0.$$

Отметим, что на практике можно при больших ν и достаточно малых p полагать $q_* \approx 1$. Поэтому можно определять необходимость репликации исходя из соотношения $1 > \nu^{1/n} q$. Таким образом, репликация на ν узлов необходима при

$$p > \frac{\nu^{1/n} - 1}{\nu^{1/n}}.$$

Это же неравенство соответствует кворуму равному 1 (случай, когда достаточно получения хотя бы одного ответа за время дедлайна).

2. Репликация при штрафе за ошибку

Пусть теперь сервер не использует пачки, т. е. одним исходным данным соответствует одна задача. Предположим, что в случае ошибочного расчета всеми ν репликациями сервер вынужден выполнять дополнительную работу (по пересылке задачи новому вычислительному узлу, обновлению базы данных и т. п.). Обозначим время дополнительной работы M тактов. Обозначим $p_\nu := p^\nu$. Вычислим среднее время выполнения проекта с учетом ошибок задачи и штрафа

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{\infty} \nu(jM + 1)p_n u^j (1 - p_\nu) &= \nu(1 - p_\nu) \left(M \sum_{j=1}^{\infty} j p_\nu^j + \sum_{j=0}^{\infty} p_\nu^j \right) = \\ &= \nu(1 - p_\nu) \left(M p_\nu \frac{\partial}{\partial p_\nu} \sum_{j=0}^{\infty} p_\nu^j + \frac{1}{1 - p_\nu} \right) = M \nu \frac{p_\nu}{1 - p_\nu} + \nu. \end{aligned}$$

Тогда реплицирование целесообразно для тех p, ν, M , для которых выполнено условие

$$(2) \quad f(p, \nu, M) := 1 - \nu + M \left(\frac{p}{1-p} - \frac{p^\nu}{1-p^\nu} \right) > 0.$$

Список литературы

- [1] Ивашко Е. Е., Никитина Н. Н. *Организация квантовохимических расчетов с использованием пакета Firefly в гетерогенной Грид на базе VOINC* // Труды Международной суперкомпьютерной конференции Научный сервис в сети Интернет: эксафлопсное будущее, 2011, с. 178–181. (russian) ↑
- [2] Никитина Н. Н., Ивашко Е. Е. *Использование VOINC-грид в вычислительноемких научных исследованиях* // Вестник НГУ. Информационные технологии, 2013. Т. 11, № 1, с. 53–57. (russian) ↑
- [3] Ивашко Е. Е., Головин А. С. *Методы Data Mining для анализа больших массивов данных в гетерогенной грид на базе VOINC* // Труды Международной суперкомпьютерной конференции «Научный сервис в сети Интернет: поиск новых решений», 2012, с. 196–199. (russian) ↑
- [4] Ивашко Е. Е. *Выполнение вычислительноемких научных исследований в использовании VOINC-ГРИД* // Материалы 2-й научно-практической школы-семинара молодых ученых : Тольятти: ТГУ, 2012, с. 55–62. (russian) ↑
- [5] Ивашко Е. Е., Головин А. С. *Вычислительная эффективность VOINC-GRID* // Proceedings of 2nd International Conference on High Performance Computing HPC-UA 2012, 2012, с. 183–187. (russian) ↑

Об авторе:



Александр Сергеевич Румянцев

К.ф.-м.н., младший научный сотрудник лаборатории телекоммуникационных систем.

e-mail:

ar0@krc.karelia.ru

Образец ссылки на эту публикацию:

А. С. Румянцев. *Задача оптимизации времени выполнения проекта в вычислительной сети из персональных компьютеров* // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2013?. Т. 4?, № 4(17)?, с.??-??.

URL:

<http://psta.psiras.ru/read/>

A.S. Rumiantsev. *Optimizing the Execution Time of a Desktop Grid Project.*

ABSTRACT. A model of computation time of a project in a Desktop Grid is viewed, under the following restrictions: the number of nodes is stationary, it takes each task the same time equal to deadline to complete, under the condition of deadline violation the task is to be calculated again. An inequality connecting probability of a single error in calculation of a task, number of replicas and number of tasks is concluded that shows when replication is necessary. An inequality connecting number of replicas, probability of a single error and penalty for error is concluded, which shows when replication is profitable. (*in Russian*).

Key Words and Phrases: Desktop Grid, stochastic modeling, execution time.